Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем’янчука
Факультет кібернетики
Кафедра математичного моделювання

**Павленко Руслан Миколайович**

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ


8.080201 – „Інформатика”

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

магістерської дисертації на здобуття академічного ступеня магістра з інформатики

Науковий керівник
Р.М.Літнарович, доцент,
Кандидат технічних наук

Рівне – 2011

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Математичне моделювання зараз переживає час стрімкого злету. Цим воно, зокрема, завдячує бурхливому розвитку обчислювальної техніки, завдяки високим характеристикам якої стала можливою програмна реалізація ряду складних моделей. Крім того, інтерес до математичного моделювання зростає завдяки широкому поширенню обчислювального експерименту, результати якого прирівнюються до результатів реального, а вартість та часові затрати, як правило, значно нижчі. Саме тому галузі моделювання таких процесів є актуальними і сучасними.

Неможливо уявити собі сучасну науку без широко застосування математичного моделювання, суть якого полягає в заміні досліджуваного об'єкта його "образом" - математичною моделлю – і подальшому вивченні моделі за допомогою відповідних обчислювально-логічних алгоритмів на ЕОМ. Робота не з об'єктом (явищем, процесом), а з його моделлю дає можливість без істотних затрат і відносно швидко дослідити його властивості і поведінку у різних ситуаціях. Обчислювальні (комп'ютерні, стимуляційні, імітаційні) експерименти з моделями об'єктів дозволяють детально вивчати об'єкти з достатньою повнотою, недоступної для чисто теоретичних досліджень. Традиційно математичні моделі будувалися в галузі фізики, і на сьогоднішній день в ряді випадків такі моделі є досить якісними та вичерпними. Педагогічна сфера є дещо новою для застосування математичного моделювання. Такий «запізнілий» інтерес до неї пов'язаний із тим, що поняття якими оперують відповідні науки досить важко формалізувати та кількісно виміряти. Разом з тим , завдання практики вимагають розробки ефективних математичних моделей, завдяки яким можна було б здійснювати довгострокові прогнози чи навіть керувати педагогічними процесами. При побудові моделей ті або інші вірогідні ситуації або гіпотези фахівців стають більш осяжними, можуть уточнюватися, а тому сприяють кращому розумінню ситуації. Моделювання прискорює підготовку рішень і страхує від грубих помилок в діяльності.

Одним з імітаційних методів є метод Монте- Карло. Цей метод дозволяє моделювати будь-який процес, на протікання якого впливають випадкові чинники. Ідея цього методу: якщо нам треба приблизно вирахувати деяку величину А, то треба придумати таку випадкову величину В, що отримавши і обробивши множину її значень можна було отримати шукану величину. Для багатьох математичних завдань, не пов'язаних з якими-небудь випадковостями, можна штучно придумати імовірнісну модель, яка в деяких випадках є вигіднішою. Оскільки метод Монте-Карло вимагає проведення великого числа випробувань, його часто називають методом статистичних__випробувань. Метод Монте- Карло – могутній і універсальний інструмент для розв"язку задач в багатьох областях знань.

**Проблема дослідження**: створення математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни і її дослідження методом статистичних випробувань Монте Карло.

**Мета дослідження:** генерувати псевдовипадкові похибки, нормувати їх, побудувати спотворену модель, зрівноважити її і дослідити точність зрівноважених елементів.

**Актуальність дослідження**: В необхідності оптимізувати навчальний процес вузу з метою побудови математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни.

**Наукова новизна дослідження:** В розробці методики оцінки точності за результатами експериментальних досліджень.

**Метод вирішення проблеми:** Застосування методу статистичних випробувань Монте Карло і методу множинної регресії по способу найменших квадратів.

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST і вісьми факторних ознак , будується математична модель множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали ($X_i$) і вісьми

факторних ознак ($У_i$).

За цими даними була побудована математична модель множинної регресії по способу найменших квадратів.. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності К і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач .

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

**Наукова новизна одержаних результатів:** Проведено наукове дослідження по розробці методики встановлення екзаменаційної оцінки за результатами експериментальних досліджень математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом імітаційного моделювання.

**Практичне значення одержаних результатів:** існує можливість впровадження в навчальний процес інституту педагогіки Міжнародного економіко-гуманітарного університету імені академіка Степана Дем'янчука.

**Особистий внесок здобувача:** Викладені в роботі результати отримано автором самостійно. Щодо розглянутих в дисертації задач, які розв'язані в працях, спільних з науковим керівником, Р.М.Літнаровичем, йому належить постановка проблеми досліджень і загальне керівництво роботою.

**Апробація результатів дисертації.** Позитивно характеризують дисертацію свідчення про те, що основні її положення, висновки та результати було оприлюднено і вони дістали схвалення, тобто були апробовані.

**Наукові публікації:** Результати проведених досліджень в даній магістерській дисертації опубліковані у вигляді монографії: Павленко Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 14. МЕГУ, Рівне,2010,-86 с. І знаходяться в Науковому електронному архіві бібліотеки Національного університету «Львівська політехніка»:

http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/6328.

**Основні положення дисертації, що виносяться на захист:**

- повний опис математичного та імітіційного моделювання , методів статистичних випробувань;
- опис способів отримання випадкових чисел та генераторів псевдо- випадкових чисел, методу статистичних випробувань Монте-Карло;
- представлення істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни, генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте-Карло, генераторів випадкових чисел в Delphi;

- побудова математичної моделі, підбір параметрів способом найменших квадратів, реалізація процедури строгого зрівноваження, контроль зрівноваження, оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.
- створення програмного продукту по повній математичній обробці результатів **е**кспериментальних досліджень.

**Структура і об'єм роботи:** Магістерська дисертація складається із переліку умовних позначень, вступу, п'ятьох розділів, розбитих на підрозділи, висновків і списку використаних джерел. Обсяг дисертації 120 сторінок. Список використаних джерел займає 2 сторінки і включає 25 найменувань.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовується актуальність теми, дається короткий огляд результатів, що мають безпосереднє відношення до теми роботи, та загальна характеристика магістерської дисертації.

У першому розділі наведено основні поняття моделі та імітаційного моделювання, що стосуються методів статистичних випробувань.

Розділ 2 присвячений опису генераторів випадкових чисел, псевдогенераторів випадкових чисел та метод статистичних випробувань Монте-Карло.

В розділі 3 представлено істинну модель якості засвоєння базової дисципліни , генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте-Карло та побудова спотвореної моделі.

Розділ 4 присвячений побудові математичної моделі і приведені методи, які при цьому використовувались, а саме спосіб найменшиї квадратів, строге зрівноваження, контроль зрівноваження; оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь, а також формулюються основні результати дисертації.

В розділі 5 представлено засоби для розробки програмного продукту та описано програмний продукт.

Поняття моделі та моделювання.

Модель – речова, знакова або уявна (мислена) система, що відтворює, імітує, відображає принципи внутрішньої організації або функціонування, певні властивості, ознаки чи характеристики об'єкта дослідження (оригіналу).

Значення терміна “модель” багатопланове:

– зразок, взірцевий примірник чогось;
– тип, марка конструкції;
– те, що є матеріалом, натурою для відтворення;
– зразок, з якого знімається форма для відливання в іншому матеріалі;
– комп'ютерна модель,
– розрахункова модель,
– теоретична модель (процесу, конструкції тощо).

Розрізняють фізичні, математичні та ін. моделі.

Наприклад, модель — опис об'єкта (предмета, явища або процесу) на якій-небудь формалізованій мові, складений з метою вивчення його властивостей. Такий опис особливо корисний у випадках, коли дослідження самого об'єкта ускладнене або фізично неможливе.

Найчастіше в ролі моделі виступає інший матеріальний або уявний об'єкт, що замінює в процесі дослідження об'єкт – оригінал. Таким чином, модель виступає як своєрідний інструмент для пізнання, який дослідник ставить між собою і об'єктом, і за допомогою якого вивчає об'єкт, що його цікавить.

Математична модель — це система математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище. Математична модель має важливе значення для таких наук, як: економіка, екологія, соціологія, фізика, хімія, механіка, інформатика, біологія та ін.

При одержанні математичної моделі використовують загальні закони природознавства, спеціальні закони конкретних наук, результати пасивних та активних експериментів, імітаційне моделювання за допомогою ЕОМ.

Математичні моделі дозволяють передбачити хід процесу, розрахувати цільову функцію (вихідні параметри процесу), керувати процесом, проектувати системи з бажаними характеристиками. Для їх створення можна використовувати будь які математичні засоби — мову диференційних або інтегральних рівнянь, теорії множин, абстрактної алгебри, математичну логіку, теорії ймовірностей, графи та інші.

Якщо відношення задаються аналітично, то їх можна розв'язати в замкнутому вигляді (явно) відносно шуканих змінних як функції від параметрів моделі, або в частково замкнутому вигляді (неявно), коли шукані змінні залежать від одного або багатьох параметрів моделі. До моделей цього класу належать диференційні, інтегральні, різницеві рівняння, ймовірнісні моделі, моделі математичного програмування та інші. Якщо не можна здобути точний розв'язок математичної моделі, використовуються чисельні (обчислювальні) методи або інші види моделювання.

У залежності від того, якими є параметри системи та зовнішні збурення математичні моделі можуть бути детермінованими та стохастичними. Детерміновані пов'язані з дослідженням моделей з чітко заданими параметрами (задання початкових і граничних умов значень функцій на вході і т. д.). Стохастичні – пов'язані з випадковими значеннями. Останні мають особливо важливе значення при дослідженні і проектуванні великих систем зі складними зв'язками і властивостями, які важко врахувати.

Для розробки математичних моделей широко використовується диференційне числення, теорія множин, матриці і графи, а також планування експерименту. Відповідно розрізняють теоретико-множинні, матричні, топологічні та поліномні математичні моделі.

Приклади математичних моделей:

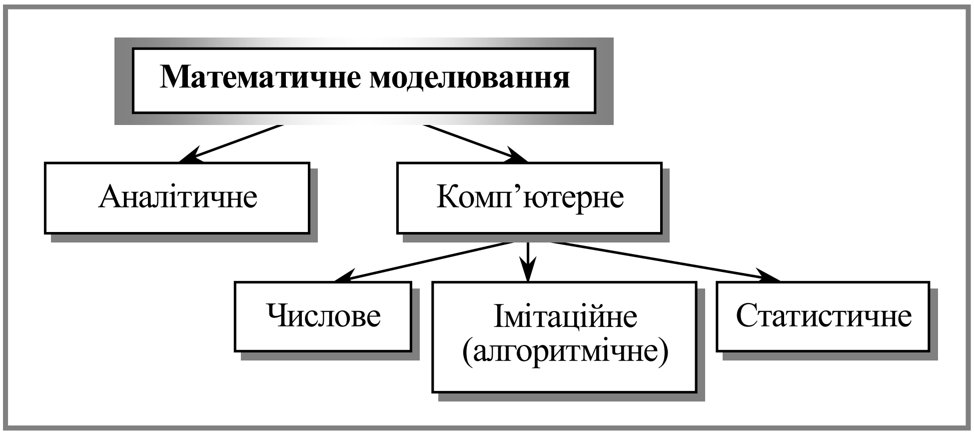
1. Модель Мальтуса – закон про пропорційну залежність між швидкістю росту і розміром популяції.
2. Система хижак-жертва (Вольтера-Лотки) – показує залежність між чисельністю хижаків та жертв.

3. Модель оптимальної поведінки покупця – виражає вибір покупця між множиною продуктів при обмеженому бюджеті.

Процес побудови, вивчення й використання математичних моделей називається математичним моделюванням. Це найзагальніший та найбільш використовуваний в науці, зокрема, в кібернетиці, метод досліджень. Це метод дослідження процесів або явищ шляхом створення їхніх математичних моделей і дослідження цих моделей. Він тісно поєднаний з такими категоріями, як абстракція, аналогія, гіпотеза тощо.

В основу методу покладено ідентичність форми рівнянь і однозначність співвідношень між змінними в рівняннях оригіналу і моделі, тобто, їх аналогії. Математичні моделі досліджуються, як правило, із допомогою аналогових обчислювальних машин, цифрових обчислювальних машин, комп'ютерів.
Математичне моделювання тією чи іншою мірою застосовують всі природничі і суспільні науки, що використовують математичний апарат для одержання спрощеного опису реальності за допомогою математичних понять. Воно дозволяє замінити реальний об’єкт його моделлю і потім вивчати останню.

В залежності від характеру процесів, що вивчаються, в системі всі види моделювання можуть бути розділені на аналітичні та комп”ютерні (мал.1)




Мал.1. Аналітичне та комп’ютерне моделювання

Для аналітичного моделювання характерним є те, що процеси функціонування елементів системи записують у вигляді деяких математичних співвідношень (алгебраїчних, інтегро-диференційних, кінцево-різницевих тощо) чи логічних умов.

Аналітична модель може досліджуватися такими методами:

1. Аналітичним, коли прагнуть у загальному вигляді отримати деякі залежності для шуканих характеристик;
2. Числовим;
3. Якісним, коли, не маючи явного розв'язку, все ж знаходять деякі властивості рішень.

Комп'ютерне моделювання характеризується тим, що математична модель системи (використовуючи основні співвідношення аналітичного моделювання) подається у вигляді деякого алгоритму та програми, придатної для її реалізації на комп'ютері, що дозволяє проводити з нею обчислювальні експерименти. Залежно від математичного інструментарію, що використовується в побудові моделі, та способу організації обчислювальних експериментів можна виокремити три взаємопов'язані види моделювання: числове, алгоритмічне (імітаційне) та статистичне.

За числового моделювання для побудови комп'ютерної моделі використовуються методи обчислювальної математики.

Алгоритмічне (імітаційне) моделювання (може бути як детермінованим, так і стохастичним) — це вид комп'ютерного моделювання, для якого характерним є відтворення на комп'ютері (імітація) процесу функціонування досліджуваної складної системи. Тут імітуються (з використанням аналітичних залежностей і моделей) елементарні явища, що становлять процес, зі збереженням їхньої логічної та семантичної структури, послідовності плину в часі, що дозволяє отримати нову інформацію про стан системи $S$ у задані моменти часу.

Статистичне моделювання — це вид комп'ютерного моделювання, який дозволяє отримати статистичні дані відносно процесів у модельованій системі $S$.

Все частіше використовується комбіноване моделювання, системотвірним елементом якого є аналітичні моделі. У побудові та використанні комбінованих моделей попередньо проводять декомпозицію процесу функціонування моделі на складові елементи.

З розвитком математичних досліджень ускладнюється й проблема класифікації моделей, що використовуються. Разом із виникненням нових типів моделей (особливо змішаних типів) і нових ознак їх класифікації здійснюється процес інтеграції моделей різних типів у більш складні модельні конструкції.

**Способи отримання випадкових чисел**

– деякі завдання чисельного аналізу;

– імітація користувацького введення;

– розв’язання задач автентифікації та ідентифікації та ін.

Раніше вчені,яким були потрібні для роботи випадкові числа, розкладали карти, кидали гральні кості, виймали кулі з урни тощо. Одним з найпростіших механічних приладів для отримання випадкових чисел є рулетка. В першій половині XX століття було сконструйовано спеціальні машини, які виробляли випадкові числа механічним шляхом. Зокрема, у 1955 році компанія RAND Corporation опублікувала відомі таблиці з мільйоном випадкових цифр, отриманих такою машиною.

В сучасних умовах для отримання випадкових чисел застосовують різноманітні генератори, які поділяються на дві групи- апаратні (фізичні) та програмні.

Апаратні ГВЧ є пристроями, що перетворюють в цифрову форму який-небудь параметр навколишнього середовища або фізичного процесу, тобто це спеціальні електронні приставки до ЕОМ, які утворюють випадкові числа, використовуючи фізичні явища. Параметр і процес вибираються так, щоб забезпечити хорошу «випадковість» значень при зчитуванні. Дуже часто використовуються процеси в електроніці (витоки струму, тунельний пробій діодів, цифровий шум відеокамери, шуми на мікрофонному вході звукової карти, радіоактивне випромінювання і т.п.). Для прикладу розглянемо шумлячий радіоелектронний прилад (діод, тріод) та процес радіоактивного випромінювання.

Формована таким чином послідовність чисел, як правило, носить абсолютно випадковий характер і не може бути відтворена наново за бажанням користувача.

Програмний генератор випадкових чисел являє собою програму, яка генерує послідовність чисел за деяким алгоритмом. Для формування чергового числа послідовності тут використовуються різні перетворення алгебри. Завдяки алгоритму, така послідовність чисел цілком детермінована (визначена), тобто принципово не може бути випадковою. Але, оскільки така числова послідовність за своїм зовнішнім виглядом та властивостями дуже нагадує випадкову, то її називають послідовністю псевдовипадкових чисел. Пристрої або алгоритми отримання випадкових чисел називають генераторами випадкових чисел (ГВЧ) або датчиками випадкових чисел (ДВЧ).

Однією з переваг псевдовипадкових чисел є їх швидка генерація, до того ж вони не вимагають пристроїв, що запам'ятовують. Запас псевдовипадкових чисел обмежений. Як стандартні зазвичай використовують рівномірно розподілені на інтервалі [0,1] псевдовипадкові числа.

Більшість алгоритмів обчислення випадкових (псевдовипадкових) чисел, що використовуються при практичних розрахунках, засновані на рекурентних формулах першого порядку: $\xi_{k+1} = f(\xi_k)$., де $\xi_o$ задане. Що б функція $y = f(x)$ породжувала псевдовипадкові числа, її графік повинен щільно заповнювати квадрат [(0,1)*(0,1)], тобто вона повинна бути розривною в кожній точці. Оскільки рівномірно розподілені випадкові числа повинні задовольняти статистичні вимоги (наприклад, математичне сподівання рівне 0,5, дисперсія рівна 1/12 і т.д.), то умова щільного заповнення всього квадрата є необхідною. Ще одна особливість алгоритмів типу $\xi_{k+1}=f(\xi_k)$ полягає в тому, що вони завжди породжують періодичні послідовності. Отже існують такі L і l, що $\xi_{L+i}=\xi_{l+i}$, (i=1,2…).

Існує безліч генераторів псевдовипадкових чисел. Є також комбінації вже представлених методів. Деякі з них реалізовані у відповідних програмних середовищах у вигляді функцій Rand().

Будь-який генератор псевдовипадкової послідовності (ГПВП) з обмеженими ресурсами рано чи пізно зациклюється. Довжина циклів ГПВП залежить від самого генератора й у середньому становить близько $2^{(n/2)}$, де $n$ – це розмір внутрішнього стану в бітах, хоча лінійні-конгруентні генератори мають максимальні цикли порядку $2^n$. Якщо ГПВП може сходитися до занадто коротких циклів, такий ГПВП стає передбачуваним і є непридатним.

Більшість простих арифметичних генераторів хоча й мають велику швидкість, але існує багато серйозних недоліків:

– занадто короткий період/періоди;

– послідовні значення не є незалежними;

– деякі біти “менш випадкові”, ніж інші;

– нерівномірний одномірний розподіл;

Послідовності випадкових чисел, сформовані тим чи іншим ГВЧ, повинні задовольняти ряд вимог. По-перше, числа повинні вибиратися з певної множини (найчастіше це дійсні числа в інтервалі від 0 до 1 або цілі від 0 до *N*). По-друге, послідовність повинна підкорятися певному розподілу на заданій множині (найчастіше розподіл рівномірний). Необов'язковою є вимога відтворюваності послідовності. Якщо ГВЧ дозволяє відтворити наново одного разу сформовану послідовність, відладка програм з використанням такого ГВЧ значно спрощується.

Оскільки псевдовипадкові числа не є дійсно випадковими, якість ГВЧ дуже часто оцінюється завдяки “випадковості” одержуваних чисел. У цю оцінку можуть входити різні показники, наприклад, довжина циклу (кількість ітерацій, після якого ГВЧ зациклюється), взаємозалежності між сусідніми числами (можуть виявлятися за допомогою різних методів теорії ймовірності і математичної статистики) і т.п.

Отже, якісний ГПВП має задовольняти такі вимоги:

1. Непередбачуваність;
2. Добрі статистичні властивості, псевдовипадкова послідовність за своїми статистичними властивостями не повинна істотно відрізнятися від істинної випадкової послідовності;
3. Великий період формованої послідовності: наприклад, при шифруванні для перетворення кожного елемента вхідної послідовності необхідно використовувати свій елемент псевдовипадкової гами;
4. Ефективна апаратна й програмна реалізація.

Практично всі алгоритми генерування псевдовипадкових чисел орієнтовані на конкретні машини (враховують особливості роботи процесора і способи зберігання інформації) і компілятори (враховуються особливості арифметики, реалізованої в конкретній мові програмування для конкретної машини). Тому готові генератори псевдовипадкових чисел перед використанням необхідно ретельно перевірити і набудувати їх на конкретні умови.

Генератори ПВЧ та метод статистичних випробувань Монте-Карло.

Основна проблема у методі Монте-Карло полягає в тому, щоб дістати рівномірну випадкову послідовність чисел (РВП), розподілених на відрізку [0, 1]. При побудові стохастичних імітаційних моделей ці числа дають змогу генерувати випадкові події або випадкові величини з довільним розподілом.

Такі числа надзвичайно важливі для методу Монте-Карло. Вони дають змогу імітувати на машині ситуації зі складною стохастичною природою. Опишемо властивості цих чисел.

Випадкова величина $X$ має рівномірний розподіл на відрізку $[a, b]$, коли її щільність розподілу ймовірностей має вигляд

$$f(x)=\begin{cases}0 \quad \text{при} \quad x<a; \\ \dfrac{1}{b-a} \ \text{при} \quad a \le x \le b; \\ 0 \quad \text{при} \quad x>b. \end{cases}$$

Математичне сподівання та дисперсія випадкової величини

$$m_x=\frac{a+b}{2}, \qquad \sigma_X^2=\frac{(b-a)^2}{12}.$$

Якщо випадкова величина розподілена на відрізку [0, 1], то

$$f(x)=\begin{cases}0 \quad \text{при}\, x<0; \\ 1 \quad \text{при}\, 0 \le x \le 1; \\ 0 \quad \text{при}\, x>1; \end{cases}$$

$$m_x=0{,}5;$$

$$\sigma_X^2=\frac{1}{12}.$$

Рівномірно розподілену на відрізку [0, 1] випадкову величину позначимо $\xi$. Для неї характерна властивість: імовірність того, що значення цієї випадкової величини потраплять на деякий інтервал з межами $0 \le \alpha \le \beta \le 1$, дорівнює довжині цього інтервалу:

$$P(\alpha \le \xi \le \beta)=\int_{\alpha}^{\beta} d\xi=\beta-\alpha.$$

Ця властивість часто використовується в методі Монте-Карло як необхідна і достатня умова того, що деяка випадкова величина має розподіл .

Принципова можливість генерувати послідовні реалізації випадкової величини $\xi$ випливає з такого перетворення:

$$\xi = z_1 2^{-1} + z_2 2^{-2} + \ldots + z_i 2^{-i} + \ldots,$$

де $z_i$ — реалізація випадкової величини $Z$, що набуває лише двох значень — 0 і 1 — з однаковою ймовірністю 0,5.

### Представлення істинної моделі

За результатами строгого зрівноваження отримана емпірична модель базової дисципліни , яку приймаємо за істинну модель [ 2,18]

$$Y_{істн.}' = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - \\ -0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + \\ 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \qquad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель за способом найменших квадратів (тобто знайшовши параметри (коефіцієнти) емпіричної формули) і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно провести дослідження точності істинної якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте- Карло. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

В даній роботі ПВЧ генеровані за допомогою вбудованого генератора Delphi за допомогою функції *random ()*.

### Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте- Карло.

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі [23- с.30].

1.Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел $\xi_{cp}$ , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел $\xi_{ср}$:

$$\xi_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i}{n}$$

де $n$ – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок $\Delta_i'$ за формулою

$$\Delta_i' = \xi_i - \xi_{\text{ср}}$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх значень істинних похибок :

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta'^2 i}{n}}$$

4. Знаходять коефіцієнт пропорційності $\mathrm{K}$, для визначення істинних похибок необхідності точності

$$\mathrm{K} = \frac{c}{m'_{\Delta}} ,$$

де $c$ – необхідна константа.

Так, наприклад, при $m'_{\Delta} = 0{,}63254$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$\mathrm{K}_{0,1} = \frac{0{,}1}{0{,}63254} = 0{,}15809,$$

при $c=0,05$ $\mathrm{K}$ буде дорівнювати 0,07905.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta_i' \cdot \mathrm{K}$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки $m_{\Delta}$ генерованих істинних похибок $\Delta$

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta^2}{n}}$$

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\mathrm{m\Delta i'} = \sqrt{\left(\left[\Delta \mathrm{i}'^2 / \mathrm{n}\right]\right)} = 0{,}036499235$$

Коефіцієнт пропорційності

$$\mathrm{K} = \frac{0{,}5}{0{,}036499235} = 13{,}698917..$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0{,}5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9{,}500}{38}} = 0{,}5 \ .$$

Отже, $m_{\Delta} = c = 0{,}5$.

Побудова спотвореної моделі.

Визначимо $x_{спотворене}$ за формулою

$$x_{спотв.} = x_{іст} + \Delta_i$$

Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-K}}$$

У формулі (7.1) $n$ - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 38; K = 9.$ V- різниця між вирахуваним значенням $y'$ і вихідним значенням $y_i$

$$V_i = y_i' - y_i$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (4.4) значення $X$ початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення $y'$, які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y_{істн.}$.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

μ= √(6,464365/29)= 0,472133.

**Висновки**

**<u>Основні результати дослідження:</u>**

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула

$$Y_{моделі}{}' = 53.933095X_0 + 5.379875X_1 + 5.14170X_2 - \\ -0.063645X_3 - 1.049493X_4 - 6.503593X_5 - \\ 0.1142141X_6 + 2.433299X_7 + 2.890344X_8.$$

залежності екзаменаційних оцінок $Y'$ і факторних ознак $X_i$ .

5. Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

| | |
|---|---|
| 2,895444 | ma0 |
| 0,298263 | ma1 |
| 0,542238 | ma2 |
| 0,091649 | ma3 |
| 0,177414 | ma4 |
| 0,350532 | ma5 |
| 0,138767 | ma6 |
| 0,08396 | ma7 |
| 0,368537 | ma8 |

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

| t=a/ma | |
|---|---|
| 18,62688 | |
| 18,03737 | Інтерес |
| 9,482368 | Роб.викл. |
| 0,694451 | Трудність |
| 5,915502 | Наук.пош. |

| | |
|---|---|
| 18,55349 | Зв'яз.спец |
| 1,024309 | Моногр.1 |
| 28,98166 | Моногр.2 |
| 7,842755 | Наук.школ |

**Наукова значимість дослідження:**

6. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції $m_{\varphi}$.
7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Результатом даної магістерської дисертації є розробка програмного продукту. Розроблена програма дає можливість виконати необхідні розрахунки, що виникають не тільки при побудові педагогіко-математичної моделі, а і взагалі при апроксимації функції методом множинної регресії. Програма відповідає вимогам простоти, зручністі і дружності стосовно користувача, проста в освоєнні і не потребує спеціального навчання.

**Рекомендації:** Необхідно будувати математичні моделі по кожній навчальній дисципліні.

**Наукові публікації:** Результати проведених досліджень в даній магістерській дисертації опубліковані у вигляді монографії: Павленко Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН 91М – 14. МЕГУ, Рівне,2010,-86 с. І знаходяться в Науковому електронному архіві бібліотеки Національного університету «Львівська політехніка»:

http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/6328. Монографія захищена авторським правом. Всі права застережено.

Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом імітаційного моделювання, запропонована в колекцію «Університети партнерів» була утверджена і додана в архів eSSUIR за посиланням-

http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/2740

Крім того, монографія, також, прийнята в колекцію «Університети партнерів», була утверджена і додана в архів eSSUIR за посиланням-

http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/2739

Павленко Руслан Миколайович

**спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних технологій**

# ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

**Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М – 14

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft®Office® Word 2003 В. М. Зозуля. Науковий керівник Р. М. Літнарович, доцент, кандидат технічних наук**

Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет ім. акад. Степана Дем'янчука

**Кафедра математичного моделювання**

**33027,м.Рівне,Україна**
**Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1**
**Телефон:(+00380) 362  23-73-09**
**Факс:(+00380) 362  23-01-86**
**E-mail:mail@regi.rovno.ua**